Nombres

Naturels $\mathbb{N}$

Les nombres naturels sont les nombres pour compter {1, 2, 3, ...} (entiers positifs) ou les nombres entiers {0, 1, 2, 3, ...} (entiers non négatifs). Les mathématiciens utilisent le terme « naturels » dans les deux cas.

Entiers $\mathbb{Z}$

Les entiers sont les nombres naturels ainsi que leurs opposés. {... −3, −2, −1, 0, 1, 2, 3 ...}. (Z est de l'allemand *Zahl*, "nombre".)

Rationnels $\mathbb{Q}$

Les rationnels sont des quotients d'entiers, aussi appelés fractions, comme $\frac{1}{2}$ = 0,5 or $\frac{1}{3}$ = 0,3333... L'écriture décimale des rationnels est finie ou se répète. (Q est de quotient.)

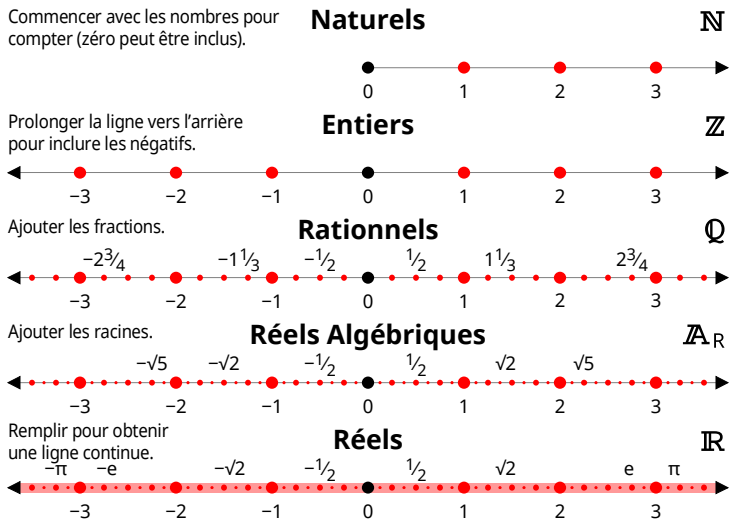
Réels Algébriques $\mathbb{A}_R$

Sous-ensemble algébrique des nombres réels : racines réels des polynômes. Les nombres réels algébriques sont rationnels ou irrationnels. L'écriture décimale d'un irrationnel est infinie et ne se répète pas. (ex : √2 = 1.41421...)

Réels $\mathbb{R}$

Les nombres réels sont tous les nombres sur la ligne continue des réels sans trou. Toute écriture décimale est un nombre réel. Les réels peuvent être rationnels ou irrationnels, et algébriques ou non-algébriques (transcendants). π = 3.14159... et e = 2.71828... sont transcendants. Un nombre transcendant peut être défini par une série infinie.

Ensembles des Nombres Réels



Ligne des Nombres Réels

$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{A}_R \subset \mathbb{R}$

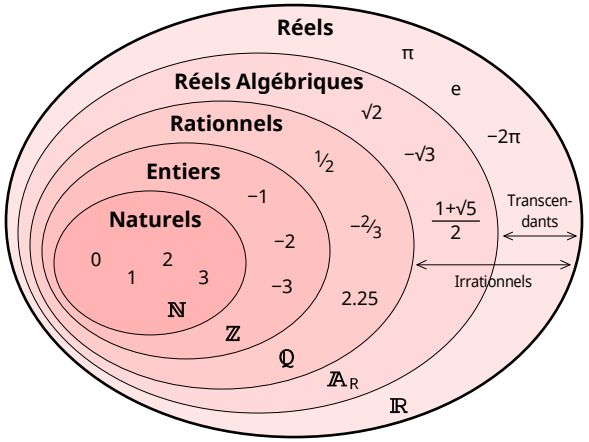


Diagramme d'Ensembles des Nombres Réels

Imaginaires

Les nombres imaginaires sont ceux dont la racine carré est négative. Ils sont la racine carré de moins un, i = √−1, et tous les nombres réels multiples de i comme 2i et i√2.

Algébriques $\mathbb{A}$

Les racines des polynômes, comme $ax^3 + bx^2 + cx + d = 0$, avec des coefficients entiers (ou rationnels). Les nombres algébriques peuvent être réels, imaginaires ou complexes. Par exemple, les racines de $x^2 - 2 = 0$ sont ±√2, celles de $x^2 + 4 = 0$ sont ±2i, et celles de $x^2 - 4x + 7 = 0$ *sont* $2 \pm i\sqrt{3}$.

Complexes $\mathbb{C}$

Les nombres complexes comme 2 + 3i sont de la forme $z = x + iy$, où x et y sont des nombres réels. x est la partie réelle et y la partie imaginaire. L'ensemble des complexes inclus tous les autres ensembles. Les réels sont les nombre complexes dont la partie imaginaire est nulle.

Ensembles des Nombres Complexes

Propriétés des Ensembles de Nombres

	ℕ	ℤ	ℚ	ℝ	𝔸	ℂ
Clos sous l'Addition [1]	●	●	●	●	●	●
Clos sous la Multiplication [1]	●	●	●	●	●	●
Clos sous la Soustraction [1]		●	●	●	●	●
Clos sous la Division [1]			●	●	●	●
Dense [2]			●	●	●	●
Complet (Continu) [3]				●		●
Algébriquement Clos [4]					●	●

Les nombres complexes sont l'extension algébriquement close des nombres réels. Ceci peut expliquer pourquoi ils apparaissent si souvent dans les lois de la nature.

1. Clos sous l'addition (multiplication, soustraction, division) signifie que la somme (produit, différence, quotient) de deux nombres quelconques de l'ensemble est dans l'ensemble.
2. Dense : entre deux nombres quelconques de l'ensemble il y a un autre nombre dans l'ensemble.
3. Continu dans trou. Toute suite de nombre de l'ensemble de plus en plus proches entre eux (suite de Cauchy) converge vers une limite dans l'ensemble.
4. Tout polynôme à coefficient dans l'ensemble a une racine dans l'ensemble.

Plan des Nombres Complexes

$z = x + iy \quad i = \sqrt{-1}$

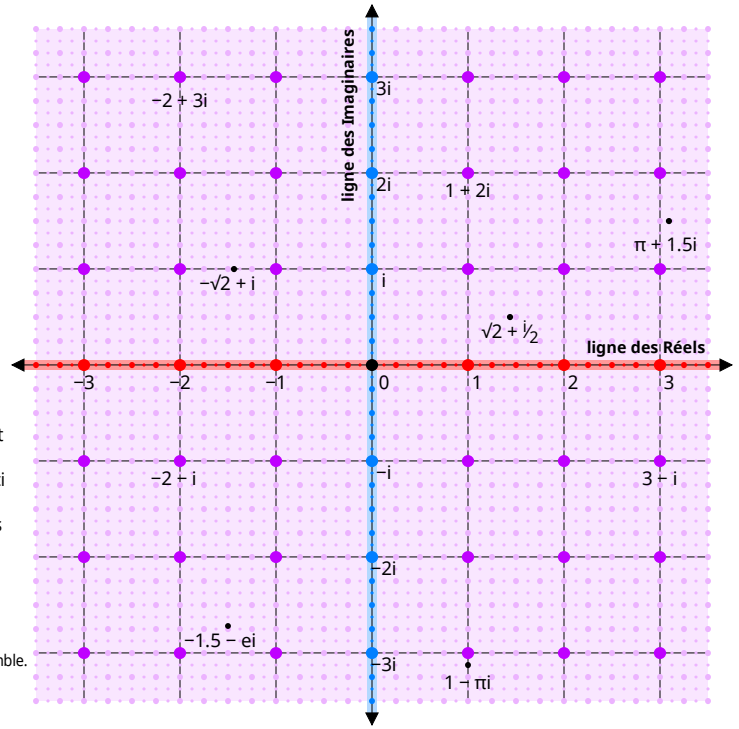
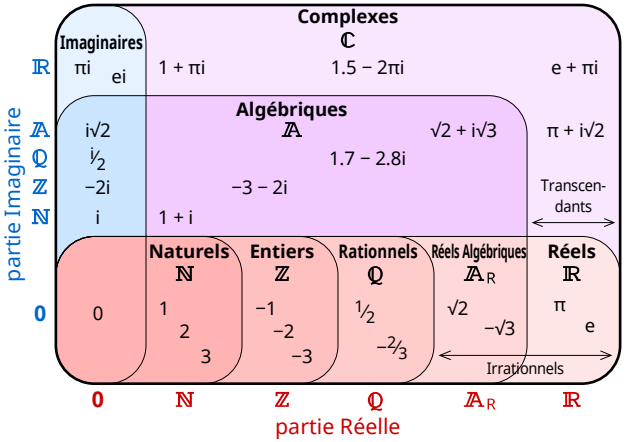


Diagramme d'Ensembles des Nombres Complexes



$\mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{A}_R \subset \mathbb{R} \subset \mathbb{C}$

Note : Ceci et un diagramme d'Euler, pas un diagramme de Venn.

Infini ∞

Les nombres entiers, rationnels et algébriques sont infini dénombrables, c'est à dire qu'il y a une correspondance biunivoque avec les entiers naturels. Les nombres réels et complexes sont infini non-dénombrables, comme l'a prouvé Cantor.

© 2005 - 2017 Keith Enevoldsen (thinkzone.wlonk.com) – © 2017 Traduit par David Chateau (www.chateaudav.com)
Creative Commons Attribution-ShareAlike 4.0 International License